

Nombres relatifs

Pour aller + loin : des propriétés de l'addition, et...

Comme l'addition du cycle 3, l'addition relative est **commutative** : $5 + (-3) = 2$ et $(-3) + 5 = 2$
et **associative** : $(5 + (-8)) + 7 = 4$ et $5 + ((-8) + 7) = 4$

Le calcul mental d'une succession d'additions est donc simplifié (la deuxième règle de la convention de priorité devient inutile) :

$$a = (-7) + 12 + 17 + (-13) + 8 + 3$$

devient : $a = 12 + 8 + 17 + 3 + (-13) + (-7)$ (regroupement des nombres de même signe)

puis : $a = (12 + 8) + (17 + 3) + ((-13) + (-7))$ (choix personnel ! Il aurait pu être : $(12 + 3) + (8 + 17) + \dots$)

donc : $a = 20 + 20 + (-20)$

$$a = 20$$

ATTENTION : la soustraction n'est toujours ni commutative, ni associative :

$$5 - (-3) = 5 + 3 = 8 \quad \text{mais} \quad (-3) - 5 = (-3) + (-5) = (-8)$$

$$(5 - (-8)) - 7 = (5 + 8) - 7 = 13 - 7 = 6 \quad \text{mais} \quad 5 - ((-8) - 7) = 5 - ((-8) + (-7)) = 5 - (-15) = 5 + 15 = 20$$

... une interprétation robotique de l'addition

Le « robot du cycle 3 » entrevu dans la feuille de synthèse n°5 n'aurait pas su **ajouter « moins trois » à cinq** : il ne disposait ni d'un programme pour interpréter « moins trois », ni du module physique qui lui aurait permis d'agir correctement, s'il avait su l'interpréter !

Son successeur, le « robot du cycle 4 », est doté de nouvelles fonctionnalités. Entre autres :

-) **il reconnaît toutes les écritures** de nombres relatifs, qu'il interprète comme des nombres définis par deux éléments : un « signe » (positif ou négatif) et une « valeur absolue » (pour lui, un nombre du cycle 3).
-) **il peut pivoter sur lui-même** et se tourner au choix vers « l'horizon positif » ou vers « l'horizon négatif ».

Pour simplifier les déplacements de notre nouveau robot, il gardera constamment la tête « en l'air » !
Pour faciliter la compréhension des dessins, il a un œil à l'avant de la tête, une antenne à l'arrière, le côté qu'il nous montre lorsqu'il est tourné vers l'horizon positif est bleu, et celui qu'il nous montre lorsqu'il est tourné vers l'horizon négatif est rouge.



Pour « calculer » une addition entre nombres relatifs, c'est suffisant. Le nouveau robot :

- se place sur le point dont l'abscisse est le premier nombre,
- se tourne $\left\{ \begin{array}{l} \text{vers « l'horizon positif » si le deuxième nombre est positif,} \\ \text{vers « l'horizon négatif » s'il est négatif,} \end{array} \right.$
- avance de la valeur absolue de ce deuxième nombre.

La somme des deux nombres est l'abscisse du point qu'il atteint. (Quelques exemples feuille suivante – n°12)

Notes :